

ЛИНЕАРНА ФУНКЦИЈА, ЈЕДНАЧИНЕ И НЕЈЕДНАЧИНЕ

1. Одредити реалан параметар a тако да функција

(а) $y = (3a + 6)x + a - 7$ буде растућа и да њен график сече негативан део y -осе;

(б) $y = (4a - 1)x - a + 3$ буде опадајућа и да њен график сече позитиван део y -осе.

2. Ако за линеарну функцију f важи $f(1) \leq f(2)$, $f(3) \geq f(4)$ и $f(5) = 5$, одредити $f(2022)$.

3. Ако линеарна функција $f(x) = kx + n$ задовољава једнакости $f(f(f(1))) = 29$ и $f(f(f(0))) = 2$, одредити њен коефицијент правца k .

4. Решити једначину

$$(a) 1 + \frac{2}{x-1} = \frac{2}{x^2-x} + \frac{1}{x}; \quad (b) \frac{3}{x^2+2x+1} - \frac{1}{x^3+2x^2+x} = \frac{2}{x^2+x}.$$

5. У зависности од реалног параметра λ решити једначину

$$(a) \lambda x = x + 2; \quad (b) \lambda^3 x - \lambda^2 - 4 = 4\lambda(x - 1); \quad (v) \lambda \left(x - \frac{1}{\lambda^2}\right) + \lambda^2 \left(x - \frac{1}{\lambda}\right) = 2.$$

6. Решити једначину

$$(a) \sqrt{(2x - \frac{1}{3})^2} = \frac{2}{3}; \quad (b) ||x + 1| - 2| = 5;$$
$$(v) |2x - 1| + |x| = 5; \quad (g) ||3 - 2x| - x + 1| + 1 = 4x;$$
$$(d) |x + 2| - |x - 2| = 4.$$

7. За које вредности $a \in \mathbb{R}$ једначина $||x - 5| - 3| = a$ има максималан број решења?

8. Одреди производ два броја чији је збир 89 и ако се дељењем већег броја мањим добија количник 3 и остатак 5.

9. Одреди двоцифрени број чији је збир цифара 8, а ако се цифрама замене места, добијени број је за 10 већи од двоструког полазног броја.

10. Ако се периодично записан децимални број $2,3408408408408\dots$ запише у облику $\frac{p}{q}$ и $NZD(p, q) = 1$, одредити $p + q$.

11. Решити неједначине

$$(a) \frac{2}{x+1} < \frac{3}{x+2}; \quad (b) |x-1| + |x+2| + 3x+1 \leq 0; \quad (v) 1 < \frac{3x+10}{x+7} \leq 2.$$

12. Решити неједначину $(\lambda - 2)x - 1 \geq 3 - (\lambda + 1)x$ у зависности од реалног параметра λ .

1. Одредити $b + c$, ако су $x_1 = -2$, $x_2 = 3$ решења квадратне једначине $ax^2 + bx + c = 0$, где је $a = 1$.
2. Одредити вредности реалног параметра a тако да једначина $3x^2 - 6x - a = 0$ нема решења у скупу реалних бројева.
3. Ако су x_1 и x_2 решења једначине $x^2 - 2x + 5 = 0$, одредити вредност израза $\frac{x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2}{x_1^3 + x_2^3}$.
4. Ако су α и β решења једначине $x^2 - 2x + 4 = 0$, одредити вредност израза $\frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha^2\beta + \alpha\beta^2}$.
5. Нека су x_1 и x_2 решења квадратне једначине $x^2 + x + 1 = 0$. Одредити коефицијенте b и c у једначини $y^2 + by + c = 0$ тако да решења буду $y_1 = 5x_1 + x_2$ и $y_2 = x_1 + 5x_2$.
6. За које вредности реалног параметра k једначина $(k^2 + k - 6)x^2 + 2kx + 1 = 0$ има различита реална решења која су негативна?
7. Одредити збир свих вредности реалног параметра m за које решења x_1 и x_2 квадратне једначине $2x^2 - 2(m - 3)x + 2m^2 - 17 = 0$ задовољавају услов $x_1^2 + x_2^2 = 19$.
8. Одредити производ решења једначине $x^2 - 2|x| - 3 = 0$.
9. Одредити број решења једначине $\frac{(2|x| - 3)^2 - |x| - 6}{4x + 1} = 0$.
10. Решити неједначину $\frac{x^2 - 2}{x^2 - x - 2} < \frac{1}{2}$.
11. Одредити разлику највеће и најмање вредности функције $y = x^2 - 4x + 7$ на сегменту $[1, 4]$.